

La proportionnalité

I) La proportionnalité

A) La proportionnalité, c'est quoi ?

Dire que deux grandeurs sont **proportionnelles** signifie que les valeurs d'une des deux grandeurs s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre non nul.

Par exemple, la taille et l'âge sont-elles des valeurs proportionnelles ?

Si on mesure 1 mètre à 4 ans, va-t-on mesurer 2 mètres à 8 ans ? Non, les valeurs ne sont pas proportionnelles.

Le temps passé à travailler à la maison est-il proportionnel aux notes obtenues ?

Non, car si on travaille 1 heure les maths, et que l'on obtient la note de 10 sur 20, en travaillant deux heures, on n'est pas sûr d'obtenir 20 sur 20. Et en travaillant trois heures, on ne va pas obtenir 30 sur 20.

B) Tableau de proportionnalité

Définition : un tableau est un tableau de proportionnalité lorsque l'on obtient chaque terme d'une ligne en multipliant le terme correspondant de l'autre ligne par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple 1 : le prix payé pour un achat de carburant est proportionnel au nombre de litres mis dans le réservoir.

| | | | | |
|------------------|----|----|----|----|
| Volume en litres | 10 | 20 | 30 | 40 |
| Prix en euros | 16 | 32 | 48 | 64 |

Ce tableau est un tableau de proportionnalité. Le coefficient de proportionnalité de la première ligne vers la seconde est 1,6. Il représente ici le prix du carburant au litre.

Exemple 2 : la taille d'un enfant n'est pas proportionnelle à son âge.

| | | |
|---------------|-----|-----|
| Age en années | 5 | 10 |
| Taille en cm | 100 | 130 |

Ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité : le coefficient multiplicateur de la première ligne à la deuxième est 20 dans une colonne, et 13 dans l'autre.

II) Utiliser la proportionnalité

Il existe plusieurs méthodes pour calculer une grandeur par proportionnalité.

Par exemple, 4 kg d'ananas de l'île de la Réunion coûtent 18 euros. Sachant que le prix est proportionnel à la quantité achetée :

- Quel est le prix pour 8 kg ?
- Quel est le prix pour 6 kg ?
- Quel est le prix pour 14 kg ?

A) Méthode multiplicative

| | | |
|-----------------------|---|---|
| Poids acheté d'ananas | 4 | 8 |
| Prix en euros | | |

B) Méthode du passage à l'unité

| | | | |
|-----------------------|---|---|---|
| Poids acheté d'ananas | 4 | 1 | 6 |
| Prix en euros | | | |

C) Méthode additive

| | | | |
|-----------------------|---|---|----|
| Poids acheté d'ananas | 6 | 8 | 14 |
| Prix en euros | | | |

III) Appliquer un taux de pourcentage

Elsa a acheté une tablette de chocolat de 250 grammes, contenant 45 % de cacao. Quelle est la masse du cacao ?

On utilise un tableau de proportionnalité pour s'aider si besoin :

| | | |
|---------------------------------|-----|-----|
| Masse de la tablette en grammes | 250 | 100 |
| Masse de cacao en grammes | | 45 |

On peut ensuite compléter le tableau de proportionnalité en se servant des techniques déjà vues. Par exemple on peut passer de la colonne de droite à celle de gauche en multipliant par 2,5. On passe donc de la colonne de gauche à celle de droite en divisant par 2,5.

On peut aussi se dire : dans 250 grammes de tablette, j'ai 45 % grammes de cacao. Je cherche à calculer 45 % de 250 grammes, or calculer 45 % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\frac{45}{100}$.

On effectue donc le calcul $250 \times \frac{45}{100}$.

On obtient $250 \times \frac{45}{100} = 112,5$ grammes de cacao.

On peut aussi passer de la ligne du haut à celle du bas en multipliant par $\frac{45}{100}$.

| | | |
|-----------------------------|-----|-------|
| <i>Masse de la tablette</i> | 100 | 250 |
| <i>Masse de cacao</i> | 45 | 112,5 |

$\curvearrowright \times \frac{45}{100}$