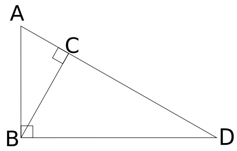
Éléments de correction DS n°1 (sujet gauche) 3°1

Exercice 1 : Soit le triangle suivant, tel que $\widehat{ADB} = 39°$. Déterminer la mesure des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{DBC}$ et $\widehat{CBA}$. Aucune justification n'est demandée.

$\widehat{BAC} = 51°$
$\widehat{DBC} = 51°$
$\widehat{CBA} = 39°$



Exercice 2 : Factoriser les expressions suivantes :

$G = 3xy + 5x = x(3y + 5)$ $\quad H = 15x + 7x^2 = x(15 + 7x)$ $\quad I = 25x - 5 = 5(5x - 1)$

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes le plus possible.

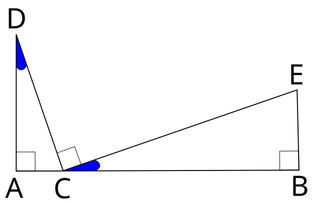
$A = 4(x + 3)$
$A = 4x + 12$

$B = 6 + 2(x - 1)$
$B = 6 + 2x - 2$
$B = 4 + 2x$

$C = (x - 1)(x + 3)$
$C = x^2 + 3x - x - 3$
$C = x^2 + 2x - 3$

$D = (4x - 1)(2x - 2)$
$D = 4x \times 2x + 4x \times (-2) + (-1) \times 2x + (-1) \times (-2)$
$D = 8x^2 - 8x - 2x + 2$
$D = 8x^2 - 10x + 2$

Exercice 4 : Sur la figure ci-dessous, les points A, C et B sont alignés, et on a $\widehat{CDA} = \widehat{BCE}$



1. Démontrer que $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$, en justifiant votre réponse.
   D'après le codage, on sait que $\widehat{CDA} = \widehat{ECB}$, et que $\widehat{CAD} = \widehat{CBE} = 90°$. Ainsi, les triangles ACD et CBE ont deux angles de même mesure. De plus, on sait que dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.
   On a donc $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$.

2. En déduire que les triangles ACD et BCE sont semblables, en justifiant votre réponse.
   Ainsi, ces deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesure. Ils s'agit donc de triangles semblables.

3. On donne $AC = 2$ cm, $AD = 4$ cm et $AB = 8$ cm.

   (a) Calculer CD au milimètres près, en justifiant votre réponse.
   Le triangle ACD est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $AC^2 + AD^2 = DC^2$
   $2^2 + 4^2 = DC^2$
   $4 + 16 = DC^2$
   $DC^2 = 20$
   $DC = \sqrt{20}$
   $DC \approx 4,5$ cm.
   La longueur du segment $[DC]$ est d'environ $4,5$ cm.

   (b) Calculer BC et BE au milimètre près, en justifiant votre réponse.
   Les triangles ACD et CEB sont semblables. On a donc :

   $$\frac{AC}{EB} = \frac{AD}{CB} = \frac{DC}{CE}$$

   On sait que $AC = 2$ cm et $AB = 8$ cm donc $BC = AB - AC = 8 - 2 = 6$ cm.

   On obtient donc :

$$\frac{2}{EB} = \frac{4}{6} = \frac{DC}{CE}$$

$BE = 6 \times 2 \div 4 = 12 \div 4 = 3$ cm.

(c) Calculer CE au milimètre près, en justifiant votre réponse.
On peut réutiliser le théorème de Pythagore (mais ce serait un peu long).
Plus rapidement, comme on sait que $DC = \sqrt{20} \approx 4,5$:

$$\frac{2}{EB} = \frac{4}{6} = \frac{\sqrt{20}}{CE}$$

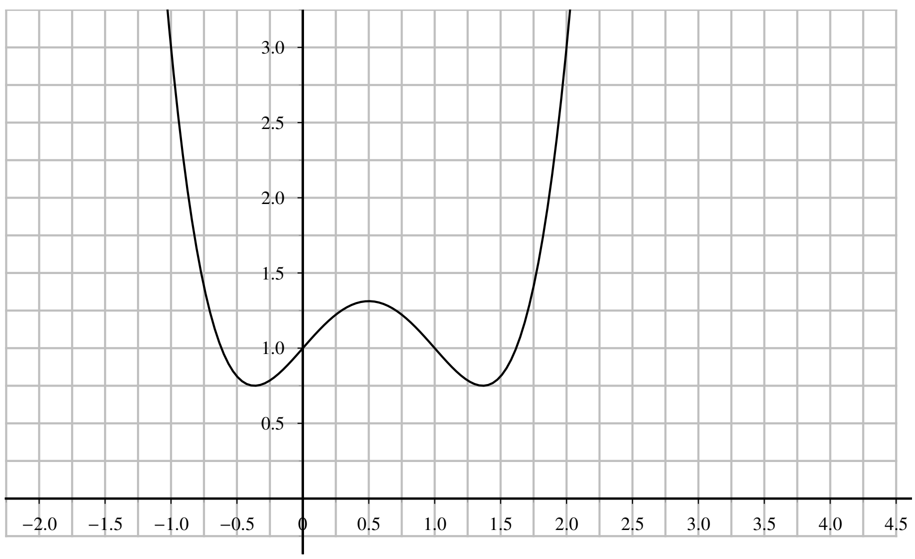
$CE = \sqrt{20} \times 6 \div 4 \approx 6,7$ cm.
La longueur du segment $[CE]$ est d'environ $6,7$ cm.

Exercice 5 : On considère la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

1. Trouver l'image de 2 par la fonction g, puis celle de -1. Justifier votre réponse par un calcul.
   $g(2) = \dfrac{1}{2^2+1} = \dfrac{1}{4+1} = \dfrac{1}{5} = 0,2.$
   $g(-1) = \dfrac{1}{(-1)^2+1} = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2} = 0,5.$

2. Que peut-on dire de l'image de 3 et de -3 ? Justifier votre réponse par un calcul.
   $g(3) = \dfrac{1}{3^2+1} = \dfrac{1}{9+1} = \dfrac{1}{10} = 0,1.$
   $g(-3) = \dfrac{1}{(-3)^2+1} = \dfrac{1}{9+1} = \dfrac{1}{10} = 0,1.$
   Les images de 3 et -3 par la fonction g sont les mêmes.

Exercice 6 : Voici la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé :



1. Par lecture graphique, donner l'image de 0 par cette fonction aussi précisément que possible.
   L'image de 0 par la fonction f est 1.

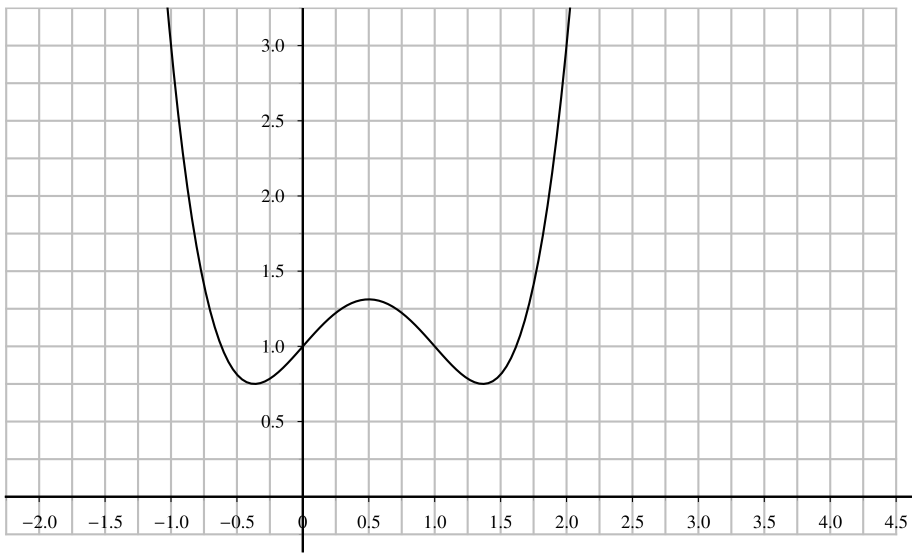
2. Par lecture graphique, donner un antécédent de $1,5$ aussi précisément que possible.
   Un antécédent de $1,5$ par la fonction est -0.75, un autre est $1,75$.

3. Par lecture graphique, donner l'image de 2 par cette fonction aussi précisément que possible.
   L'image de 2 par la fonction f est 3.

4. Par lecture graphique, donner un antécédent de $0,5$ par cette fonction, si c'est possible.
   Il n'y a pas d'antécédent de $0,5$ pour cette fonction.

Éléments de correction DS n°1 (sujet droit) 3°1

Exercice 1 : Voici la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé :



1. Par lecture graphique, donner l'image de 0 par cette fonction aussi précisément que possible.
   L'image de 0 par la fonction f est 1.

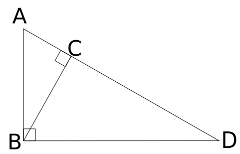
2. Par lecture graphique, donner un antécédent de 3 aussi précisément que possible.
   Un antécédent de 3 par la fonction est -1, un autre est 2.

3. Par lecture graphique, donner l'image de 1 par cette fonction aussi précisément que possible.
   L'image de 1 par la fonction f est 1.

4. Par lecture graphique, donner un antécédent de $0,5$ par cette fonction, si c'est possible.
   Il n'y a pas d'antécédent de $0,5$ pour cette fonction.

Exercice 2 : Soit le triangle suivant, tel que $\widehat{ADB} = 39°$. Déterminer la mesure des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{DBC}$ et $\widehat{CBA}$. Aucune justification n'est demandée.

$\widehat{BAC} = 51°$
$\widehat{DBC} = 51°$
$\widehat{CBA} = 39°$



Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes le plus possible.

$A = 4(2x+1)$
$A = 8x+4$

$B = 4+2(x-1)$
$B = 4+2x-2$
$B = 2+2x$

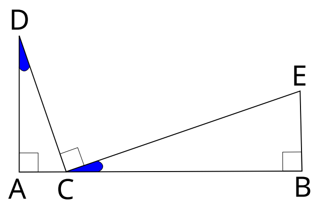
$C = (x-1)(x+4)$
$C = x^2+4x-x-4$
$C = x^2+3x-4$

$D = (2x-1)(2x^2-2)$
$D = 2x \times 2x^2 + 2x \times (-2) + (-1) \times 2x^2 + (-1) \times (-2)$
$D = 4x^3 - 4x - 2x^2 + 2$

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes :

$G = xy + 5x = x(y+5)$ $\quad$ $H = 15x^2 + 7x = x(15x+7)$ $\quad$ $I = 14x - 7 = 7(2x-1)$

Exercice 5 : Sur la figure ci-dessous, les points A, C et B sont alignés, et on a $\widehat{CDA} = \widehat{BCE}$



On donne $AC = 3$ cm, $AD = 4$ cm et $AB = 8$ cm.

1. Démontrer que $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$, en justifiant votre réponse.
   D'après le codage, on sait que $\widehat{CDA} = \widehat{ECB}$, et que $\widehat{CAD} = \widehat{CBE} = 90°$. Ainsi, les triangles ACD et CBE ont deux angles de même mesure. De plus, on sait que dans un triangle, la somme des mesures des angles vaut 180°.
   On a donc $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$.

2. En déduire que les triangles ACD et BCE sont semblables, en justifiant votre réponse.
   Ainsi, ces deux triangles ont leurs angles deux à deux de même mesure. Ils s'agit donc de triangles semblables.
3. On donne $AC = 3$ cm, $AD = 4$ cm et $AB = 8$ cm.
   (a) Calculer CD au milimètres près, en justifiant votre réponse.
   Le triangle ACD est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $AC^2 + AD^2 = DC^2$
   $3^2 + 4^2 = DC^2$
   $9 + 16 = DC^2$
   $DC^2 = 25$
   $DC = \sqrt{25}$
   $DC = 5$ cm.
   La longueur du segment $[DC]$ est de 5 cm.

   (b) Calculer BC et BE au milimètre près, en justifiant votre réponse.
   Les triangles ACD et CEB sont semblables. On a donc :
   $$\frac{AC}{EB} = \frac{AD}{CB} = \frac{DC}{CE}$$
   On sait que $AC = 3$ cm et $AB = 8$ cm donc $BC = AB - AC = 8 - 3 = 5$ cm.
   On obtient donc :
   $$\frac{3}{EB} = \frac{4}{5} = \frac{5}{CE}$$
   $EB = 5 \times 3 \div 4 = 15 \div 4 = 3,75$ cm.

   (c) Calculer CE au milimètre près, en justifiant votre réponse.
   On peut réutiliser le théorème de Pythagore (mais ce serait un peu long). Plus rapidement :
   $$\frac{4}{5} = \frac{5}{CE}$$
   $CE = 5 \times 5 \div 4 = 6,25$ cm.
   La longueur du segment $[CE]$ est de 6, 25 cm.

<u>Exercice 6</u> : On considère la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

1. Trouver l'image de 3 par la fonction g, puis celle de -1. Justifier votre réponse par un calcul.
   $g(3) = \dfrac{1}{3^2+1} = \dfrac{1}{9+1} = \dfrac{1}{10} = 0,1.$
   $g(-1) = \dfrac{1}{(-1)^2+1} = \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2} = 0,5.$

2. Que peut-on dire de l'image de 3 et de -3 ? Justifier votre réponse par un calcul.
   $g(2) = \dfrac{1}{2^2+1} = \dfrac{1}{4+1} = \dfrac{1}{5} = 0,2.$
   $g(-2) = \dfrac{1}{(-2)^2+1} = \dfrac{1}{4+1} = \dfrac{1}{5} = 0,2.$
   Les images de 2 et -2 par la fonction g sont les mêmes.